

بسم الله الرحمن الرحيم



فیزیک پیش دانشگاهی



مدرس: حمیده محمودی میمند

فصل 1

ديمانسيون

دیماسیون (معادله ابعادی)

- هر کمیت فرعی را می توان بر حسب کمیت های اصلی نوشت.
- بعد اعداد ثابت یک است. (بعد 4 و 5 و π برابر 1 است)

نوع کمیت	دیماسیون
طول	L
جرم	M
زمان	T
شدت جریان	I
دما	K

دیمانسیون کمیت های فرعی

- سرعت شتاب و نیرو و میدان مغناطیسی کمیت های فرعی هستند
- دیمانسیون آنها عبارت است از:

$$v = \frac{x}{t} = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{\frac{L}{T}}{T} = LT^{-2}$$

$$F = m.a = MLT^{-2}$$

$$B = \frac{F}{qv \sin \theta} = \frac{MLT^{-2}}{(AT)(LT^{-1})} = MT^{-2}A^{-1}$$

دیمانسیون جمع چند کمیت

• اگر کمیت $R=A+B$ انگاه: $[R]=[A]=[B]$.

• کمیت با بعد یکسان قابل جمع و تفریق هستند.

• مثال اگر سرعت و زمان به شکل روبرو باشد بعد A, B را بیابید؟

$$V = At^2 + Bt^{-1}$$

$$[V] = [At^2] = [Bt^{-1}]$$

$$LT^{-1} = [A]T^2 = [B]T^{-1} \rightarrow [A] = \frac{LT^{-1}}{T^2} = LT^{-3} \rightarrow [B] = \frac{LT^{-1}}{T^{-1}} = L$$

فصل 2

بردارها

انواع کمیت

انواع کمیت ها

۱. کمیت های اسکالر (نرده ای): به کمیت هایی می گوییم که فقط دارای مقدار می باشند. مثل طول ، جرم، زمان و ...

۲. کمیت های برداری: کمیت هایی میباشند که علاوه بر مقدار دارای جهت نیز هستند و از قوانین برداری پیروی می کنند. مانند نیرو، سرعت، شتاب ، میدان الکتریکی و ...

بردار ها

یک بردار را بایک پاره خط جهت دار نمایش می دهند. مانند $\vec{A}$

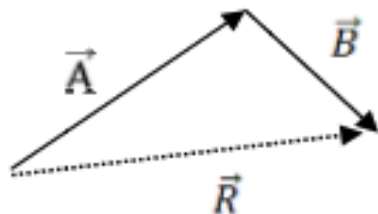
جمع هندسی دو بردار

حاصل جمع دو بردار (نمایش هندسی)

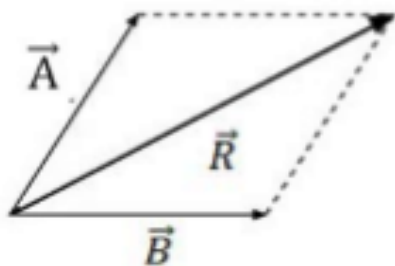
برای حاصل جمع دو بردار دو روش وجود دارد:

۱. روش مثلثی: در این روش ابتدا بردار B را روی انتهای بردار A قرار میدهم. برداری که ابتدای A را به انتهای B وصل می نماید، همان بردار حاصل جمع دو بردار می باشد.
نکته: بردار حاصل جمع دو بردار را بردار برآیند می گویند و آنرا با R نمایش می دهند.

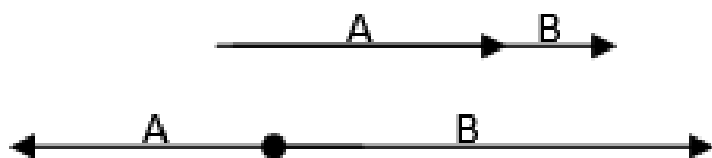
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$



۲. روش متوازی الاضلاع: در این روش ابتدای دو بردار را یکی قرار می دهیم و سپس انتهای سپس از انتهای هر بردار خطی موازی بردار دیگر رسم می کنیم تا یکدیگر را قطع کنند و تشکیل یک متوازی الاضلاع دهند. قطر این متوازی الاضلاع همان بردار برآیند است.



چند حالت ویژه



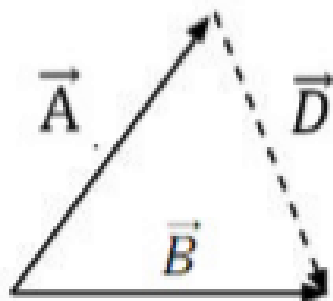
۱. دو بردار هم جهت باشند $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

۲. دو بردار خلاف جهت باشند $\vec{R} = \vec{B} - \vec{A}$

بردار کوچکتر از بردار بزرگتر کسر می گردد.

نمایش هندسی تفاضل دو بردار

$$\vec{D} = \vec{B} - \vec{A}$$



در تفاضل دو بردار ب توجه به جهت بردار برآیند تفریق بردار ها متفاوت است.

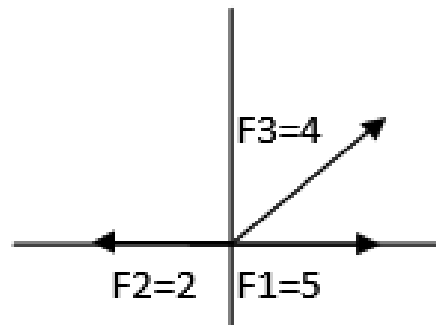
اندازه بردار برآیند :

هرگاه دو بردار مانند b و a با هم زاویه θ بسازند اندازه بردار برآیند را می توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$

سوال: در شکل مقابل مقدار بردار برآیند را بدست آورید؟

$$\theta = 60$$



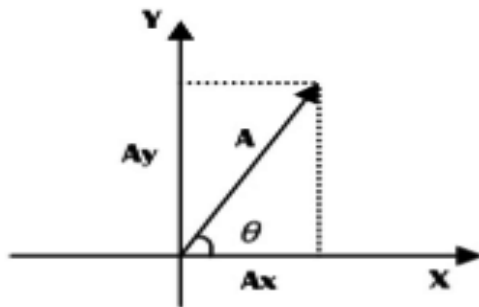
$F1,2 = 5 - 2 = 3$: آنها را بردار برآیند آنها :

$$\begin{aligned} F1,2 &= \sqrt{F1,2^2 + F3^2 + 2F1,2F3 \times \cos 60} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{9 + 16 + 12} = \sqrt{37} \end{aligned}$$

مولفه های بردار

مولفه های یک بردار

فرض کنید بردار a یا محور x ها زاویه θ (تتا) بسازد از انتهای بردار a ، خط موازی محور x و y رسم می کنیم تا این دو محور را قطع کند. فاصله های بدست آمده روی محور x و y را مولفه های بردار a می نامیم.



$-Ax$ - تصویر بردار A در امتداد محور x یا مولفه بردار A در امتداد محور x

با استفاده از تعریف توابع مثلثاتی ($\sin \theta$ و $\cos \theta$) خواهیم داشت:

$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{Ay}{A} \quad Ay = A \sin \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{Ax}{A} \quad Ax = A \cos \theta$$

سوال: بردار A با اندازه 10 cm با محور x ها زاویه 37° درجه می سازد مولفه های این بردار را در امتداد محور x و y را تعیین کنید؟

$$\sin 37 = 0.6$$

$$\cos 37 = 0.8$$

$$Ax = A \cos \theta = 10 \times 0.8 = 8$$

$$Ay = A \sin \theta = 10 \times 0.6 = 6$$

نمایش بردار بر حسب بردار یکه

بردار یکه : برداری است که اندازه آن یک است.

$\hat{i}$: بردار یکه در امتداد محور X ها

$\hat{j}$: بردار یکه در امتداد محور Y ها

$\hat{k}$: بردار یکه در امتداد محور Z ها

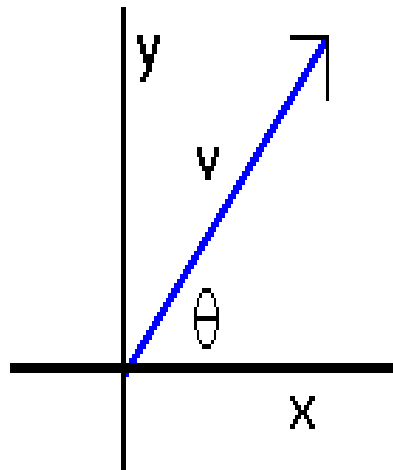
نمایش بردار بر حسب بردارهای یکه

یک بردار را می توان به شکل زیر بر حسب مولفه هایش نشان داد.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

تجزیه بردارها

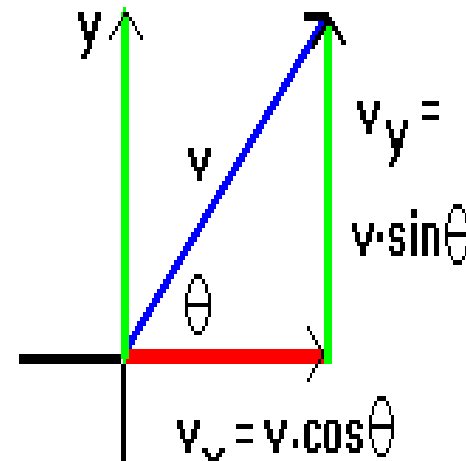
- هر برداری را می توان در صفحه مختصات به دو مولفه افقی و عمودی تجزیه کرد .



reduces to



an x component
& a y component



$$v_x = v \cdot \cos \theta$$

$$v_y = v \cdot \sin \theta$$

- مولفه y و x بردار V

$$|\vec{V}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{اندازه بردار } V$$

$$\vec{V} = \vec{V}_x \hat{i} + \vec{V}_y \hat{j}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_y}{V_x}$$

- جهت و راستای بردار V با محور x ها

دو بردار موازی و متعامد

- شیب یک بردار همان $\tan\theta$ است

$$m_a = \tan \theta_a$$

تعامد دو بردار

- دو بردار A, B عمودند اگر

$$m_a \cdot m_b = -1$$

توازی دو بردار

دو بردار موازیند اگر شیب آنها برابر باشد

دو بردار A, B موازیند اگر:

$$m_a = m_b$$

• c/d را بیابید در صورتی که دو بردار، $a=5i+1j$ و بردار $b=di+cj$

• الف) متعامد باشند؟

$$m_a \cdot m_b = -1 \rightarrow \frac{1}{5} \cdot \frac{c}{d} = -1 \rightarrow \frac{c}{d} = -5$$

• ب) موازی باشند؟

$$m_a = m_b \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{c}{d}$$

جمع و تفریق مولفه ای بردار

حاصل جمع دو بردار

هرگاه دو بردار مانند A و B با هم جمع شوند مولفه های نظیر آنها با هم جمع می شوند و حاصل یک بردار است.

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$



تفاضل دو بردار

هرگاه دو بردار مانند A و B تفاضل شوند مولفه های نظیر آنها را از یکدیگر کسر می کنیم.

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$$



ضرب عدد در بردار

ضرب یک عدد در یک بردار

هرگاه یک عدد مانند C در یک بردار ضرب شود حاصل یک بردار است و عدد C در تمام مولفه های بردار ضرب می شود.

$$C\vec{A} = CA_x \hat{i} + CA_y \hat{j} + CA_z \hat{k}$$

سوال: دو بردار A و B بصورت زیر داده شده اند موارد خواسته شده را بدست آورید؟

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\vec{B} = 5\hat{i} + 3\hat{k}$$

الف) $\vec{A} - \vec{B}$

$$\begin{aligned}\vec{A} - \vec{B} &= (3 - 5)\hat{i} + (2 - 0)\hat{j} + (-5 - 3)\hat{k} \\ &= -2\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}\end{aligned}$$

ب) $3\vec{A}$

$$3\vec{A} = 9\hat{i} + 6\hat{j} - 15\hat{k}$$

ضرب داخلی

حاصل ضرب دو بردار

حاصل ضرب داخلی (نقطه ای یا اسکالر): هرگاه دو بردار در هم ضرب داخلی شوند حاصل یک کمیت اسکالر است. حاصل ضرب داخلی دو بردار با رابطه زیر تعریف می شود:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

θ زاویه بین دو بردار است.

حاصل ضرب داخلی دو بردار را بر حسب مولفه هایشان می توان بصورت زیر نشان داد:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z$$

سوال: حاصل ضرب داخلی دو بردار زیر را تعریف کنید؟

$$\vec{A} = 5 \hat{i} + 2 \hat{k}$$

$$\vec{B} = 3 \hat{j} - 2 \hat{k}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (-5 \times 0) + (2 \times 3) + (0 \times -2) = 0 + 6 + 0 = 6$$

ضرب خارجی

- دو بردار A و B داریم در این صورت ضرب خارجی این دو بردار یک بردار است

$$a \times b = |a| |b| \sin \theta$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

ضرب خارجی دو بردار

- (بدون نیاز به داشتن زاویه بین آنها)
$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} - (A_x B_z - A_z B_x) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

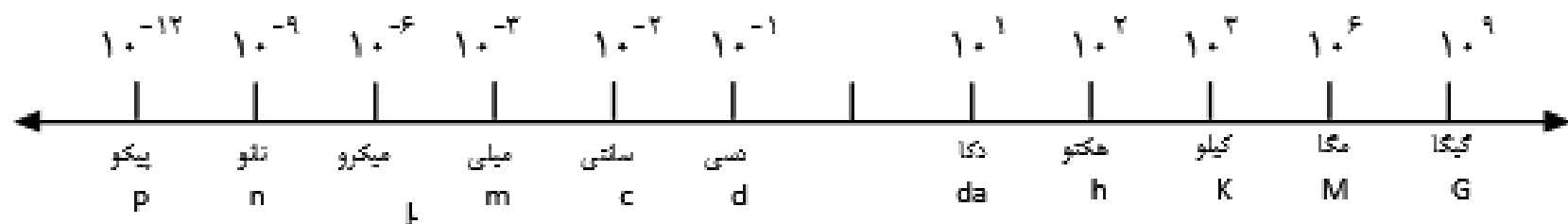
- زاویه θ بین دو بردار a, b از رابطه زیر به دست می آید.

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$

فصل 3

تبدیل مقیاس

* در اندازه گیری بعضی از کمیت ها بر حسب واحد های S.I مقادیر خیلی بزرگ یا خیلی کوچکی بدست می آید بنابراین از پیشوندهایی برای بیان این کمیت ها استفاده می شود.



سوال: سرعت جسمی 108 کیلومتر بر ساعت است سرعت جسم را بر حسب متر بر ثانیه و مایل بر ساعت محاسبه کنید؟

$$108 \frac{km}{h} = 108 \times \frac{1000^M}{3600^s} = 30 \frac{M}{s} \quad \text{متر بر ثانیه}$$

$$108 \frac{km}{h} = 108 \times \frac{km}{h} \times \frac{1mil}{1.6km} = 108 \times \frac{1mil}{h} = \frac{108}{1.6} \frac{mil}{h} \quad \text{مایل بر ساعت}$$

فصل 4

حرکت شناسی

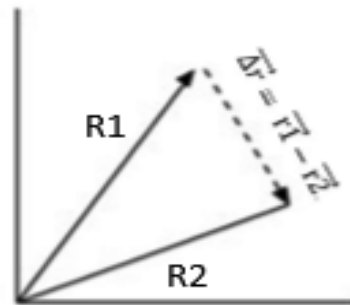
حرکت شناسی

بردار مکان: برداری که مبدأ مختصات را به مکانی که جسم در آن قرار دارد وصل می کند بردار مکان نام دارد.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

بردار جابجایی: فرض می کنیم جسمی از نقطه ۱ به نقطه ۲ برود. شکل زیر بردار مکان مکان جسم در این دو لحظه را نمایش می دهد (R1, R2).

بردار جابجایی برداری است که نقطه شروع حرکت را به پایان حرکت وصل می کند. $\vec{\Delta r}$



حرکت یک بعدی: در حرکت یک بعدی بردار جابجایی یا تغییر مکان را به جای ΔR با Δx نمایش می دهیم.

سرعت متوسط: نسبت به جابجایی یک جسم به زمان انجام این جابجایی را سرعت متوسط می نامند.

فرمول کلی	$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$	یک بعدی سرعت متوسط	$\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
سه بعدی	$\vec{v} = \lim \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	سرعت لحظه ای یک بعدی	$\vec{v} = \lim \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

مشتق گیری:

مشتق توابع جبری: اگر تابعی به صورت $x = \Delta t^n$ باشد مشتق آن به صورت $\frac{dx}{dt} = a \cdot n t^{n-1}$ تعریف می شود که در اینجا n و a دو عدد ثابت هستند.

مثال: معادله مکان جسمی در هر لحظه از زمان به صورت $x = t^3 + 3t$ (الف) جابه جایی و سرعت متوسط جسم در ۳ ثانیه اول جسم چقدر است؟

$$\text{معادله} = x = t^3 - 3t^2$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0^3 - 3 \times 0^2 = 0$$

$$t_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 3^3 - (3 \times (3)^2) = 27 - 27 = 0$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0 - 0 = 0$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0}{3 - 0} = 0$$

(ب) سرعت جسم در لحظه ی $t=3$ را بدست آورید؟

$$\text{معادله سرعت} = \vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 3t^2 - 6t$$

$$t = 3 \Rightarrow \bar{v} = 3 \times (3)^2 - 6 \times 3 = 27 - 18 = 9$$

تندی و مسافت

** مسافت پیموده شده ، کل مسیری است که جسم پیموده بنابراین با جابجایی متفاوت است.

** تندی : مسافت پیموده شده تقسیم بر زمانی که این مسافت طی شده ، را تندی می گویند.

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$$

مثال: شخصی ابتدا ۳۰۰ متر به سمت شرق و سپس ۴۰۰ متر به طرف شمال حرکت کرده است. اگر زمان کل حرکت ۵۰ ثانیه باشد، تندی و سرعت شخص را بدست آورید؟

$$t = 50 \text{ s}$$

$$\text{مسافت} = 300 + 400 = 700$$

$$\text{جابجایی (مثلث وتر)} = \sqrt{(300)^2 + (400)^2} = 500$$

$$\bar{v} = \frac{\text{جابجایی}}{\text{زمان}} = \frac{500}{50} = 10 \text{ M/s}$$

شتاب

شتاب

تغییرات سرعت نسبت به زمان را شتاب می‌گوییم.

شتاب متوسط: نسبت تغییرات سرعت به زمان را شتاب متوسط می‌گوییم.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

شتاب لحظه‌ای: حد شتاب متوسط است وقتی که Δt به سمت صفر برود. برای بدست آوردن معادله‌ی شتاب لحظه‌ای باید از معادله‌ی زیر استفاده کنیم:

$$\bar{a} = \lim \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

مثال ۱: معادله ی حرکت جسمی به صورت $x = 2t^4 + 3t^2 + 1$ می باشد:
الف) سرعت و شتاب متوسط در ۲ ثانیه اول حرکت را بدست آورید؟

$$\text{سرعت} \quad x = 2t^4 + 3t^2 + 1$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \times 0^4 + 3 \times 0^2 + 1 = 1$$

$$t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 2 \times 2^4 + 3 \times 2^2 + 1 = 45$$

$$\text{شتاب} \quad \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{45 - 1}{2 - 0} = 22$$

$$\bar{v} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (2t^4 + 3t^2 + 1) = 8t^3 + 6t + 0$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 8 \times 0^3 + 6 \times 0 + 0 = 0$$

$$t_2 = 1 \Rightarrow v_2 = 8 \times 1^3 + 6 \times 1 + 0 = 14$$

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{14 - 0}{2 - 0} = 7$$

ب) شتاب جسم در لحظه ی $t=3$ را بدست آورید؟

$$a = 2t^4 + 3t^2 + 1$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (8t^3 + 6t) = 24t^2 + 6$$

$$t = 3 \Rightarrow a = 24 \times (3)^2 + 6 = 222$$

مثال ۱: معادله ی حرکت جسمی به صورت $x = t^4 - 2t$ می باشد:
الف) معادله ی سرعت و معادله ی شتاب را بدست آورید؟

$$\text{سرعت } x = t^4 - 2t$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(t^4 - 2t) = 4t^3 - 2$$

$$v = 4t^3 - 2$$

$$\text{شتاب } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^3 - 2) = 12t^2 - 0$$

$$a = 12t^2 - 0$$

ب) شتاب متوسط در ۳ ثانیه اول حرکت را بدست آورید؟

$$t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 4 \times 0^3 - 2 = -2$$

$$t_2 = 3 \Rightarrow v_2 = 4 \times 3^3 - 2 = 108 - 2 = 106$$

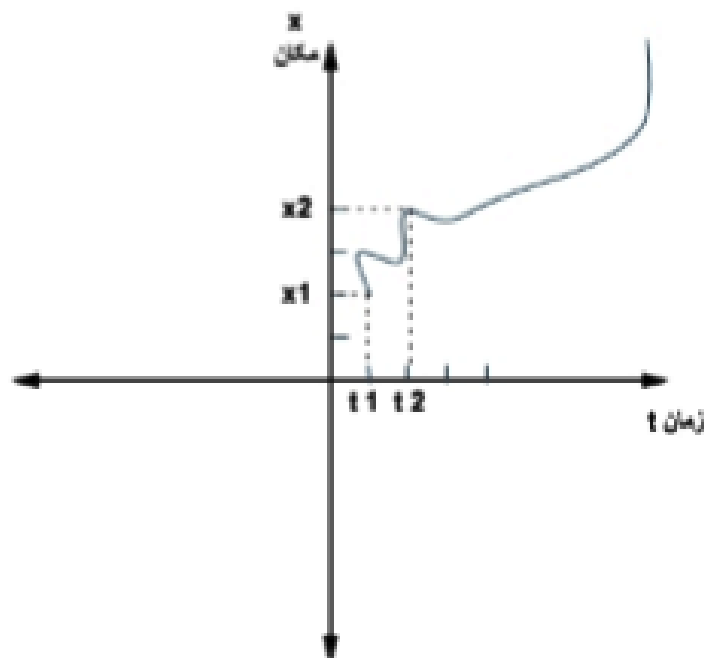
$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{106 - (-2)}{3 - 0} = \frac{108}{3} = 36$$

مکان - زمان

نمودار مکان زمان

نموداری است که مکان جسم را در هر لحظه از زمان نمایش می دهد و برای توصیف حرکت از آن استفاده می شود. برای مثال شکل زیر نمودار مکان زمان جسمی را نشان می دهد.

در نمودار مکان زمان محور افقی t (زمان) و محور عمودی x (مکان) می باشد.



حرکت یکنواخت

حرکت با سرعت ثابت در امتداد خط یکنواخت (حرکت راست خط یکنواخت)

جسمی را در نظر بگیرید که روی خط راست (محور x) حرکت می کند، هرگاه سرعت لحظه ای متحرکت در تمام لحظه ها یکسان باشد حرکت آن یکنواخت نامیده می شود. در این صورت معادله ی حرکت را می توان بصورت زیر بدست آورد.

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

$$v = \frac{x - x_0}{t} \quad \leftarrow \text{با انتخاب } t=0$$

$$x - x_0 = vt$$

معادله ی حرکت یکنواخت $x = x_0 + v \cdot t$

v - سرعت جسم

x_0 - مکان اولیه

x - مکان در لحظه ی t

مثال ۱ : اتومبیلی با سرعت $108 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است و با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ از سرعت آن کم می شود.

الف: پس از پیمودن چه مسافتی اتومبیل می ایستد؟

موضوع مسئله:

$$v_0 = 108 \frac{km}{h} = \frac{108}{3.6} \rightarrow v_0 = 30 \frac{m}{s}$$

$$a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$v = 0$$

$$\Delta x = ?$$

$$t = ?$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$(0)^2 - (30)^2 = 2 \times (-2)\Delta x \rightarrow -900 = -4\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{900}{-4}$$

$$\Delta x = 225$$

ب: این حرکت چه مدت طول می کشد؟

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 30 - 2t \rightarrow 2t = 30$$

$$t = 15$$

حرکت چند بعدی

حرکت در دو و سه بعد

- یک روش کلی برای تعیین مکان ذره در فضا استفاده از بردار مکان است.
- بردار مکان برای یک ذره برابر است با جمع برداری مولفه های آن
- در فضای سه بعدی، بردار مکان ذره ای با مختصات x ، y و z را به صورت نمایش می دهند.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

حالا، اگر ذره ای از مکان r_1 به مکان r_2 برود جابه جایی آن عبارت است از:

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

سرعت متوسط و شتاب در سه بعد

$$\vec{v}_{\text{avg}} = \frac{\Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j} + \Delta z \hat{k}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \hat{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \hat{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} (v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}) = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k}$$

باتشكر!

